**湛江一中卓越班2023-17**

**高三数学复习小专题——三角函数的范围与最值（1）**

**一、三角函数中的大小及取值范围**

1.任意两条对称轴之间的距离为半周期的整数倍，即;

2.任意两个对称中心之间的距离为半周期的整数倍，即;

3.任意对称轴与对称中心之间的距离为周期加半周期的整数倍，即;

4.在区间内单调且

5.在区间内不单调内至少有一条对称轴，

6.在区间内没有零点且

7.在区间内有个零点。

**二、三角形范围与最值问题**

**1.坐标法：把动点转为为轨迹方程**

**2.几何法**

**3.引入角度，将边转化为角的关系**

**4.最值问题的求解，常用的方法有：（1）函数法；（2）导数法；（3）数形结合法；（4）基本不等式法. 要根据已知条件灵活选择方法求解.**

例题：

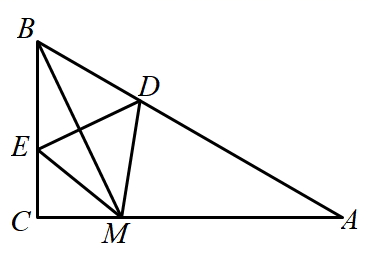
1.将函数的图象向左平移个单位，再向下平移个单位，得到函数的图象．若在上至少含有个零点，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

2.已知函数，为的一个零点，为图象的一条对称轴，且在内不单调，则的最小值为\_\_\_\_\_\_.

3.已知函数是奇函数，且存在正数使得函数在上单调递增.若函数在区间上取得最小值时的值有且仅有一个，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

4.已知函数在区间上的最小值为-2，则的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

5.如图，已知中，，，点为边上的动点，线段的中垂线分别交、于、两点，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_．



6.在中，内角，，所对的边分别为，，，已知，若为的面积，则当取得最小值时，的值为\_\_\_\_\_\_.

7.在中，角，，所对的边分别为，，，且.的面积为，外接圆面积的最小值为\_\_\_\_\_\_.

训练题

**一、多选题**

1.已知函数，若，且在上有且仅有三个极值点，则（ ）

A．的最小正周期为

B．在区间上单调递增

C．在区间上的最小值等于

D．将的图象向右平移个单位可得到的图象

2.在中，内角所对的边分别为，，的平分线交于点，且，则下列说法正确的是（ ）

A．的最小值是 B．的最大值是

C．的最小值是 D．的最小值是

3.设函数在上单调递减，则下述结论正确的是（ ）

A．的最小正周期为 B．关于轴对称

C．在上的最小值为2 D．关于点对称

4.函数满足，且在上单调，若在上存在最大值和最小值，则实数可以是（ ）

A． B． C． D．

5.关于函数有下述四个结论，则（ ）

A．是偶函数 B．的最小值为

C．在上有4个零点 D．在区间单调递增

6.已知函数，下列结论正确的是（ ）

A．的最小正周期为 B．为偶函数

C．函数的图像关于直线对称 D．函数的最小值为1

**湛江一中卓越班2023-17**

**高三数学复习小专题——三角函数的范围与最值（2）**

**二、填空题**

7．函数（，），已知，且对于任意的都有，若在上单调，则的最大值为

8．已知△的内角所对的边分别为若，且△内切圆面积为，则△面积的最小值为

9．函数在区间内单调递减，则的最大值

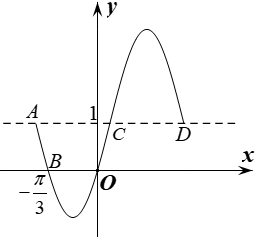
10．已知函数的图象关于原点对称，且在区间上是减函数，若函数在上的图象与直线有且仅有一个交点，则的最大值为

11．已知函数，若函数在上有且仅有个零点和个最大值点，则的取值范围为

12．已知在上单调递增，则的最大值为

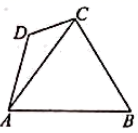
13．在中，、、分别为内角、、所对的边，且，若点是外一点，，．则平面四边形的面积的最大值是

14．已知且为整数，且，函数的图像如图所示，*A*、*C*，*D*是的图像与相邻的三个交点，与*x*轴交于相邻的两个交点*O*、*B*，若在区间上，有2020个零点，则的最大值为



15．已知函数，为的零点，为图像的对称轴，且在上单调，则的最大值为

16．如图，设的内角，，所对的边分别为，，，若，，是外一点，，，则四边形面积的最大值是



17．已知点为外接圆的圆心，角*A*，*B*，所对的边分别为*a*，*b*，*c*，且，若，则当角取到最大值时的面积为

18.在中，，边上的高为1，则面积的最小值为

19已知的内角，，所对的边分别为，，，若且内切圆面积为，则面积的最小值为

20.在中，设，，分别为角，，对应的边，若，且，则的最小值为

21.将函数的图象上所有点的横坐标扩大到原来的2倍，纵坐标保持不变，得到函数*y*=的图象，若，则|*x*1-*x*2|的最小值为

22.已知在中，角，，的对边分别为，，，，是的中点，若，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

23.已知△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*．角*B*为钝角．设△*ABC*的面积为*S*，若，则sin*A*+sin*C*的最大值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

24.在中，角，，的对边分别为，，，且，的外接圆半径为，若有最大值，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

25.法国著名的军事家拿破仑．波拿巴最早提出的一个几何定理：“以任意三角形的三条边为边向外构造三个等边三角形，则这三个三角形的外接圆圆心恰为另一个等边三角形的顶点”．在三角形中，角，以为边向外作三个等边三角形，其外接圆圆心依次为，若三角形的面积为，则三角形的周长最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

26.已知函数，其中，，为的零点，且恒成立，在区间上有最小值无最大值，则的最大值是\_\_\_\_\_\_\_

27.著名的费马问题是法国数学家皮埃尔德费马（1601-1665）于1643年提出的平面几何极值问题：“已知一个三角形，求作一点，使其与此三角形的三个顶点的距离之和最小．”费马问题中的所求点称为费马点，已知对于每个给定的三角形，都存在唯一的费马点，当的三个内角均小于时，则使得的点即为费马点．已知点为的费马点，且，若，则实数的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

28.在等腰三角形*ABC*中，*AD*是底边*BC*上的中线，点*M*是*AD*的中点，则的最大值为\_\_\_\_\_\_ ．

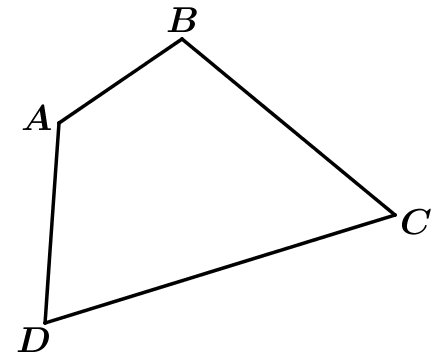
29.在中，角所对的边分别为，且，当取最大值时，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

30.已知中，、分别是线段、的中点，与交于点，且，若，则周长的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

31.已知中，，则面积的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

32.在中，内角，，所对的边分别为，，，且，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_.

33.在中，角，，的对边分别为，，，若，则三角形的面积，这个公式最早出现在古希腊数学家海伦的著作《测地术》中，故称该公式为海伦公式．将海伦公式推广到凸四边形（凸四边形即任取平面四边形一边所在直线，其余各边均在此直线的同侧）中，即“设凸四边形的四条边长分别为，，，，，凸四边形的一对对角和的一半为，则凸四边形的面积”．如图，在凸四边形中，若，，，，则凸四边形面积的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_．



34.在中，角，，所对的边分别为，，，若边上的高为，当取得最大值时的\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

35.锐角中，角，，所对边的长分别为，，，设的面积为，若，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

36.设点*P*在△*ABC*内且为△*ABC*的外心，∠*BAC*=30°，如图，若△*PBC*，△*PCA*，△*PAB*的面积分别为，*x*，*y*，则*x·y*的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_.

37.设的内角，，的对边分别为，，，为钝角，且，则的最大值是\_\_\_\_\_\_.

38.已知函数，为的零点，为图象的对称轴，且在上单调，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_.

39.已知函数的最大值为2，则使函数在区间上至少取得两次最大值，则取值范围是\_\_\_\_\_\_\_

40.已知，若∃*x*1，*x*2，*x*3∈，使得*f*(*x*1)＝*f*(*x*2)＝*f*(*x*3)，若*x*1＋*x*2＋*x*3的最大值为*M*，最小值为*N*，则*M*＋*N*＝\_\_\_\_\_\_\_．

41.中，内角，，对的边长分别为，，，且满足，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

42.在中，角，，所对的边分别为，，，，的平分线交于点．若的最小值为，则\_\_\_\_\_．

43.在锐角三角形中，，，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

44.在中，角，，的对边分别为，，，，则的最小值为\_\_\_\_．

45.在中，内角的对边分别为为锐角，的面积为2，则的周长的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

46.设的三边*a*，*b*，*c*所对的角分别为*A*，*B*，*C*.若的面积为，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

47.已知中，则则最小值是\_\_\_

48.若函数的图象在内恰有一条对称轴，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

49.已知（其中为常数，且）有且仅有3个零点，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

50.若（），，且在区间有最小值，无最大值，则\_\_\_\_\_\_.

**一、三角函数中的大小及取值范围**

1.任意两条对称轴之间的距离为半周期的整数倍，即;

2.任意两个对称中心之间的距离为半周期的整数倍，即;

3.任意对称轴与对称中心之间的距离为周期加半周期的整数倍，即;

4.在区间内单调且

5.在区间内不单调内至少有一条对称轴，

6.在区间内没有零点且

7.在区间内有个零点。

**二、三角形范围与最值问题**

**1.坐标法：把动点转为为轨迹方程**

**2.几何法**

**3.引入角度，将边转化为角的关系**

**4.最值问题的求解，常用的方法有：（1）函数法；（2）导数法；（3）数形结合法；（4）基本不等式法. 要根据已知条件灵活选择方法求解.**

1.将函数的图象向左平移个单位，再向下平移个单位，得到函数的图象．若在上至少含有个零点，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【详解】

由题意得：；

当时，，

令，则，原问题等价于方程在上至少有个根；

，解得：，

的最小值为.

故答案为：.

2.已知函数，为的一个零点，为图象的一条对称轴，且在内不单调，则的最小值为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【详解】

是的一个零点，；

是的一条对称轴，；

由得：，

，，；

，；

当时，，当时，，

在内单调，不合题意；

当时，，当时，，

，在内不单调，符合题意；

的最小值为.

故答案为：.

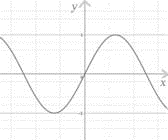
3.已知函数是奇函数，且存在正数使得函数在上单调递增.若函数在区间上取得最小值时的值有且仅有一个，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【详解】

解：根据题意，函数是奇函数，则该函数过坐标原点.

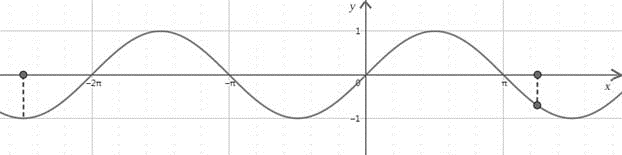
存在正数使得函数在上单调递增，则可将等效转化为.如图所示：



观察区间，可将其分为和，在图象中前者宽度为后者的二倍.则条件可转化为：

函数在区间上取得最小值时的值有且仅有一个，（其中），

画出图象，通过绘制关键点发现，当时，满足题意，如图所示：



即，可得

故答案为：.

4.已知函数在区间上的最小值为-2，则的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

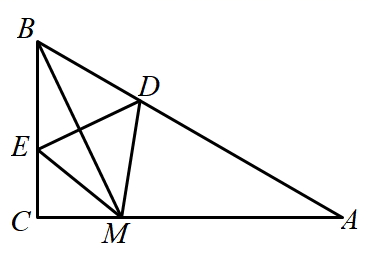
【答案】

【详解】

由题意，当时，，∴，即；当时，，∴，即，∴的取值范围为或，

故答案为：.

5.如图，已知中，，，点为边上的动点，线段的中垂线分别交、于、两点，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_．



【答案】

【详解】

解：设，，则，

在中，，则，

在中，，

即



，

因为，所以，

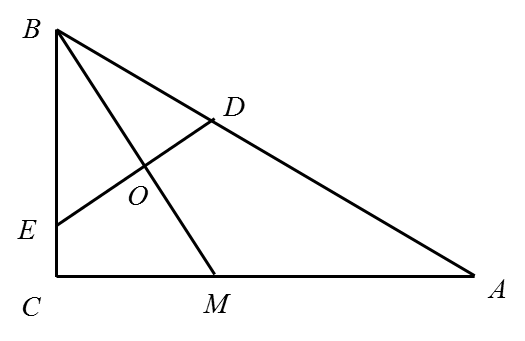
则，

所以，

所以，

即的最小值为.

故答案为：.



6.在中，内角，，所对的边分别为，，，已知，若为的面积，则当取得最小值时，的值为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【详解】

因为，

由正弦定理得，，

即，

又因为，所以，

故，则，

由余弦定理得，，则

，

又因为，当且仅当时，不等式取“”号，

，当且仅当时，取得最小值，

故，即，

从而，此时.

故答案为：.

7.在中，角，，所对的边分别为，，，且.的面积为，外接圆面积的最小值为\_\_\_\_\_\_.

【答案】.

【详解】

因为中，满足.

可得，整理得，

所以，因为，所以，

又因为的面积为，可得，所以，

由余弦定可得，即，

当且仅当时，等号成立，

设的外接圆的半径为，则由正弦定理，可得，

所以外接圆的面积，当且仅当时，取得最小值，

即外接圆的面积的最小值为.

故答案为：.

**过关测试**

一、单选题

1．（2021·四川绵阳·高三阶段练习（理））函数（，），已知，且对于任意的都有，若在上单调，则的最大值为（ ）

A． B． C． D．

【答案】D

【分析】

结合正弦函数的最值，对称性求的值，再结合单调性确定的最大值.

【详解】

∵ ，，

∴ ，，

又对于任意的都有，

∴ ，，

∴ ，又，

∴ 或，

当时， ，且，

当时，，

若，则，

∴在上不单调，C错误，

当时， ，且，

当时，，

若，则，

∴在上不单调，A错误，

当时，，

若，则，

∴在上单调，D正确，

故选：D.

【点睛】

已知*f*(*x*)＝*Asin*(*ωx*＋*φ*)(*A*＞0，*ω*＞0)的性质求函数解析式的关键在于转化为正弦函数的问题.

2．（2021·新疆维吾尔自治区喀什第六中学高三期中）已知△的内角所对的边分别为若，且△内切圆面积为，则△面积的最小值为（ ）

A． B． C． D．

【答案】D

【分析】

根据已知条件及正弦定理可得，由内切圆的面积可得内切圆半径，最后根据及余弦定理，并结合基本不等式求的范围，进而求△面积的最小值.

【详解】

由题设，，而且，

∴，，则，

∴，由题设△内切圆半径，又，

∴，而，即，

∴，可得，当且仅当时等号成立.

∴.

故选：D

3．（2021·全国·高三专题练习）函数在区间内单调递减，则的最大值为（ ）

A． B． C． D．

【答案】B

【分析】

由可得出的取值范围，根据已知条件可得出关于的不等式组，即可求得的最大值.

【详解】

，则，

因为函数在区间内单调递减，则，

所以，，解得，

由，可得，

因为且，则，.

因此，正数的最大值为.

故选：B.

4．（2021·全国·模拟预测（理））已知函数的图象关于原点对称，且在区间上是减函数，若函数在上的图象与直线有且仅有一个交点，则的最大值为（ ）

A． B． C． D．

【答案】B

【分析】

由已知可得，得出，求出的减区间，可根据已知得出范围，再根据题意可得在上仅有一个最小值，可进一步求得范围，得出结果.

【详解】

的图象关于原点对称，，

即，

因为区间上是减函数，所以在是增函数，

令，解得，

又是含原点的增区间，所以令，

则，所以，又，则解得，

在上的图象与直线有且仅有一个交点，

即在上仅有一个最小值，所以在仅有一个最大值，

由正弦函数的性质，令，即，

所以有，解得，

综上可得，即的最大值为.

故选：B.

【点睛】

方法点睛：利用函数的单调性求解函数的单调区间，再利用子区间求解的范围，这是很重要的一类题型.

5．（2021·全国·高三专题练习（文））已知函数，若函数在上有且仅有个零点和个最大值点，则的取值范围为（ ）

A． B． C． D．

【答案】A

【分析】

由可求得的取值范围，结合图象可得关于实数的不等式，由此可解得实数的取值范围.

【详解】

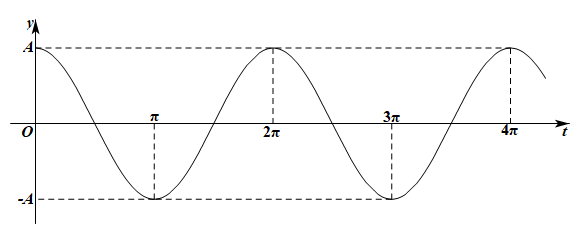
设，由，可得，

因为函数在上有且仅有个零点和个最大值点，

所以函数在上有且仅有个零点和个最大值点，

如图，由图可知，解得，所以的取值范围为，

故选：A．



6．（2021·贵州·贵阳一中高三阶段练习（文））已知在上单调递增，则的最大值为（ ）

A． B．

C． D．

【答案】A

【分析】

首先把函数的关系式利用辅助角公式变形成正弦型函数，进一步利用正弦函数的单调性即可求出结果.

【详解】

函数，

令，

解得:，

∵函数在上是增函数，

所以，

而的值只能取0，得，即的最大值是，

故选：A.

7．（2021·四川省资中县第二中学高三阶段练习（文））在中，、、分别为内角、、所对的边，且，若点是外一点，，．则平面四边形的面积的最大值是（ ）

A． B． C．3 D．

【答案】A

【分析】

由余弦定理变形已知等式莉，利用三角恒等变换可得，得为等边三角形，设，用用余弦定理求得，然后用表示出面积，变形后结合正弦函数性质可得最大值．

【详解】

由得，即，是三角形内角，所以，

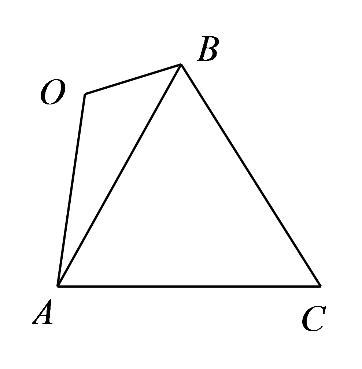
由得，即，是三角形内角，所以，所以是等边三角形．

设，则，

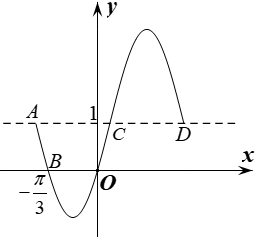


，易知当时，取得最大值．

故选：A．



8．（2021·河南·孟津县第一高级中学高三阶段练习（文））已知且为整数，且，函数的图像如图所示，*A*、*C*，*D*是的图像与相邻的三个交点，与*x*轴交于相邻的两个交点*O*、*B*，若在区间上，有2020个零点，则的最大值为（ ）



A． B．

C． D．

【答案】C

【分析】

由求得的范围，由求得，再利用求得，得周期，结合周期可得最大值．

【详解】

由题意则为，则有，进而，

又或，因为大于0小于3，所以等于2，与，得：，则，

相邻2个零点的距离有两种和，则当为1010个与1011个的和时最大为．

故选：C．

9．（2021·安徽·定远县育才学校高三开学考试（理））已知函数，为的零点，为图像的对称轴，且在上单调，则的最大值为（ ）

A．11 B．9 C．7 D．1

【答案】B

【分析】

根据已知可得，为正奇数且.结合为的零点，为图像的对称轴，求出符合题意的解析式，并结合在上单调，可得的最大值.

【详解】

因为为的零点，为图像的对称轴，

所以，即，所以，即为正奇数.

因为在上单调，则，即，解得：.

当时，，

因为，所以，此时.

当时，，

所以当时，单增；当时，单减，

即在不单调，不满足题意；

当时，，

因为，所以，此时.

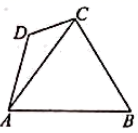
当时，，

此时在单调递减，符合题意；

故的最大值为9.

故选：B

10．（2021·全国·高三阶段练习（理））如图，设的内角，，所对的边分别为，，，若，，是外一点，，，则四边形面积的最大值是（ ）



A． B． C． D．

【答案】B

【分析】

在中，由余弦定理结合已知条件可得为等边三角形，在中，由余弦定理可得，由三角形的面积公式计算，利用辅助角公式化简，结合三角函数的性质即可求解.

【详解】

在中，由余弦定理可得，

即，所以，

因为，所以为等边三角形，

在中，由余弦定理可得，

由于，，代入上式可得，

所以



，

所以当即时，最大为，

四边形面积的最大值为.

故选：B.

11．（2021·四川成都·高三阶段练习（理））已知点为外接圆的圆心，角*A*，*B*，所对的边分别为*a*，*b*，*c*，且，若，则当角取到最大值时的面积为（ ）

A．5 B．

C． D．

【答案】D

【分析】

设的中点为，运用向量的线性运算和向量的数量积运算律表示，求得，再由余弦定理和余弦函数的性质可求得答案.

【详解】

解：如下图所示：设的中点为，







，

因为，所以，由知，角为锐角，

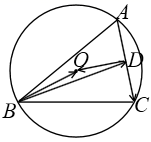
所以，当且仅当，即时，取得最小值，

因为在上是减函数，

所以此时，角取得最大值，此时恰有，

此时三角形是直角三角形，所以.

故选：D.



12．（2021·全国·高三阶段练习（文））已知，函数满足，且在区间上恰好存在两个极值点，则的最大值为（ ）

A． B． C． D．

【答案】A

【分析】

由已知等式得函数图象的一个对称中心是，由极值点的个数结合对称中心得出周期的范围，即得的范围，然后可验证选项A满足题意．

【详解】

，所以，

所以点是函数图象的一个对称中心．

，，．排除C．

，则．

函数在区间上恰好存在两个极值点，记最小正周期为，，

所以，，又，所以，排除B，

若，则，是对称中心，，，

即对称中心右侧第一个极值点在上，而第二个极值点在区间外．满足题意．

故选：A．

13．（2021·全国·高三专题练习）在中，，边上的高为1，则面积的最小值为（ ）

A． B． C． D．

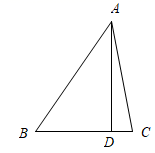
【答案】B

【分析】

根据题意，可求得，代入面积公式，可求得面积的表达式，设，根据*B、C*的关系，利用两角差的正弦公式及辅助角公式，可得，根据*B*的范围，即可求得，即可得答案.

【详解】

设*BC*边上的高为*AD*，则*AD*=1，，如图所示：



所以，

所以，

所以，

设，因为，则，

所以

=

=，

因为，所以，

所以，则，

所以，

所以面积的最小值为.

故选：B

【点睛】

解题的关键是将题干条件，转化为，根据*B*的范围，结合三角函数的图象与性质求解，考查分析理解，计算求值的能力，属中档题.

14．（2021·全国·模拟预测）已知的内角，，所对的边分别为，，，若且内切圆面积为，则面积的最小值为（ ）

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】

结合正弦定理化简已知条件，求得，进而求得，结合余弦定理以及基本不等式求得，从而求得面积的最小值.

【详解】

由得，

即．∵，

∴，∴．

∵，∴．∵，∴，∴，

即．设内切圆半径为，则，解得，∴，∴，

解得，故，当且仅当“”时等号成立.

故选：C

15．（2021·黑龙江实验中学高三阶段练习（文））在中，设，，分别为角，，对应的边，若，且，则的最小值为（ ）

A． B．

C． D．

【答案】B

【分析】

由边角互化可得，再由三角形的内角和性质以及两角和的正弦公式可得，求出，从而可得，再由边角互化以及余弦定理可得，由基本不等式即可求解.

【详解】

由，

则，

即，

整理可得，

，

又，所以，即

又，

所以，

所以，

解得或（舍去） ，

所以的最小值为.

故选：B

16．（2021·全国·模拟预测（文））已知同时满足下列三个条件：①时最小值为；②是奇函数；③.若在上没有最大值，则实数*t*的范围是（ ）

A． B． C． D．

【答案】D

【分析】

由条件①得出函数的半周期，进而求得*ω*的值，结合条件②③讨论并确定*ω*和*φ*的值，得函数解析式，最后结合函数图像可求得*t*的取值范围.

【详解】

因函数最大值为1，最小值为*-*1，而，则，为函数图象的两条对称轴，

最小值为，而相邻两条对称轴间距离为半周期，即周期，，

当时，，

是奇函数，则，

，，而，

，当*k*为偶数时成立，

此时，

当时，，

是奇函数，则，

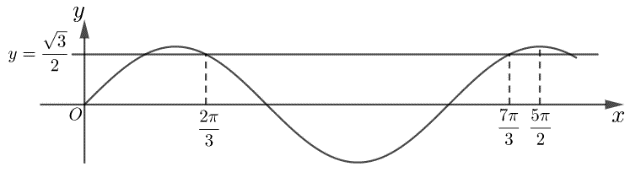
，，，

而，即，当*k*为偶数时成立，，

综上得，

时，，因在没有最大值，

则有函数在上没有最大值，如图是的部分图象，



，时，取最大值1，从而有，.

故选：D

【点睛】

结论点睛：正余弦型函数*y*=*A*sin(*ωx*+*φ*)或*y*=*A*cos(*ωx*+*φ*)中，最小正周期为，最大值为*|A|*，最小值为-*|A|*.

17．（2021·江西赣州·高三期中（文））设函数在上单调递减，则下列叙述正确的是（ ）

A．的最小正周期为

B．关于直线轴对称

C．在上的最小值为

D．关于点对称

【答案】C

【分析】

根据可求出，即可根据三角函数的性质依次判断.

【详解】

由条件知，，

，，或.

时，在上不单调递减；

，.

对A，的最小正周期为，故A错误；

对B，，故B错误‘；

对C，当时，，所以，所以，所以在上的最小值为，故C正确；

对D，，关于点对称，故D正确.

故选：C.

18．（2021·陕西汉中·高三阶段练习（文））已知函数的定义域为，值域为，则的最小值是（ ）

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】

化简可得，画出函数图象，数形结合即可求出.

【详解】









，

值域为，画出函数图象，



考虑一个周期内的情况，

则可得或满足题意，

所以，即的最小值是.

故选：C.

19．（2021·河南·高三阶段练习（文））已知函数的最大值为，若存在实数，，使得对任意的实数都有成立，则的最小值为( )

A． B． C． D．

【答案】B

【分析】

利用诱导公式对化简，进而求出最大值，再结合已知条件和正弦型三角函数的性质，求出的最小值即可求解.

【详解】

因为，

所以，

则函数的最大值为2，最小值为，即，

要使得存在实数，，满足对任意的实数都有成立，

则，，

不妨设，则区间的长度至少为半个周期，

又因为的最小正周期，

所以，

故，即的最小值为.

故选:B.

20．（2021·上海·模拟预测）函数在上的零点个数记为，若，则的最大值与最小值之和为（ ）

A． B． C． D．

【答案】A

【分析】

函数在上的零点个数即为函数与的交点个数，是由向左平移个单位得到的，

可得当时，最大；当时，最小，即可求解.

【详解】

令，解得，

的零点个数可看成与的交点个数，

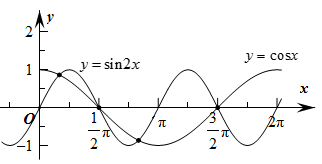
是由向左平移个单位得到的，

因为，所以当时，交点个数最多，由，

即，所以或，

解得：，，，，

所以，

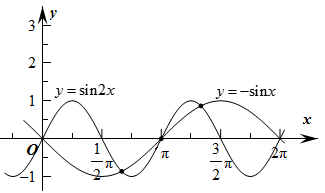


当时，交点个数最少，，

即，所以或，

解得：，，，

所以，



故的最大值与最小值之和为，

故选：A.

21．（2021·河南·高三阶段练习（理））将函数的图象上所有点的横坐标扩大到原来的2倍，纵坐标保持不变，得到函数*y*=的图象，若，则|*x*1-*x*2|的最小值为（ ）

A． B．

C． D．

【答案】A

【分析】

利用给定变换求出函数的解析式，再求出取最大、最小值的*x*即可计算作答.

【详解】

因为函数的图象上所有点的横坐标扩大到原来的2倍，纵坐标保持不变，得到，

则的最小正周期，且，，而，

于是得，或，，由得，

不妨令，，则，

因，，则为奇数，令，则*n*为正奇数，

因此有(*n*为正奇数)，即，

所以|*x*1-*x*2|的最小值为.

故选：A

22．（2021·浙江金华·高三阶段练习）函数（，）在区间上不可能（ ）

A．单调递增 B．单调递减 C．有最大值 D．有最小值

【答案】B

【分析】

采用赋值法，验证选项的合理性即可.

【详解】

由题知，，可正可负，不妨令时，时，，在给定区间有增有减，有最大值也有最小值，排除C、D项；

当，时，在给定区间单调递增，排除A项.

故选：B

23．（2021·四川宜宾·模拟预测（文））若函数在区间上单调递增，则（ ）

A．有最大值为

B．有最小值为

C．有最大值为

D．有最小值为

【答案】A

【分析】

由正弦函数的单调性结论列不等式求的范围，由此可得其最大值.

【详解】

∵ ，，

∴ ，

∵ 函数在区间上单调递增，

∴ ，，

∴ ，，又，

∴ ，，

故选：A.

24．（2021·云南·高三阶段练习（理））将函数的图象上所有点的横坐标缩小到原来的倍，纵坐标保持不变，得到函数的图象，若，则的最小值为( )

A． B． C． D．

【答案】D

【分析】

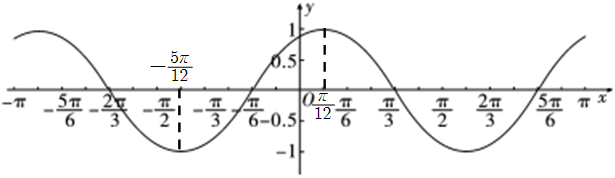
求出*g*(*x*)解析式，作出*g*(*x*)图像，根据图像即可求解﹒

【详解】

由题得，，，

∵，∴＝1且＝－1或且＝1，

作的图象，



∴的最小值为＝，

故选：D．

二、多选题

25．（2021·山东青岛·高三开学考试）已知函数，若，且在上有且仅有三个极值点，则（ ）

A．的最小正周期为

B．在区间上单调递增

C．在区间上的最小值等于

D．将的图象向右平移个单位可得到的图象

【答案】ABD

【分析】

先根据条件等式以及极值点个数列出关于的等式与不等式，由此确定出的取值，从而的解析式可求，然后逐项分析最小正周期、单调增区间、在区间上的最小值、图象的变换.

【详解】

因为，所以，

所以或，

所以或；

因为在上有且仅有三个极值点，且，

所以，所以，

所以时，满足条件，所以，；

A.，故正确；

B.令，所以，

所以在区间上单调递增，故正确；

C.因为，所以，所以，故错误；

D. 图象向右平移个单位得到，又因为，故正确；

故选：ABD.

【点睛】

思路点睛：求解形如的函数的单调递增区间的步骤如下：

（1）先令；

（2）解上述不等式求解出的取值范围即为的单调递增区间.

26．（2021·全国·高三专题练习）在中，内角所对的边分别为，，的平分线交于点，且，则下列说法正确的是（ ）

A．的最小值是 B．的最大值是

C．的最小值是 D．的最小值是

【答案】AD

【分析】

先根据三角形面积公式得出，再利用基本不等式可求解.

【详解】

由题意知，

由角平分线的性质以及面积公式可得，

化简得，

，当且仅当时成立，解得，故A正确，B错误；

，，

，

当且仅当，即时等号成立，故C错误，D正确.

故选：AD.

【点睛】

关键点睛：由角平分线的性质以及面积公式得出，再利用基本不等式是解决本题的关键.

27．（2021·辽宁·抚顺县高级中学校高三阶段练习）设函数在上单调递减，则下述结论正确的是（ ）

A．的最小正周期为 B．关于轴对称

C．在上的最小值为2 D．关于点对称

【答案】BC

【分析】

由条件知，进而得，故或，再分类讨论依次求解即可得答案.

【详解】

因为函数在上单调递减，

所以，即，

或，

当时，在上单调递增，与已知矛盾，不成立；

当时，在上单调递减，满足条件．

此时函数的最小正周期为，故A选项错误；

当时，，故B选项正确；

当时，，故当，即时，，故C选项正确；

由于函数是由向上平移了3个单位得到，故对称中心的纵坐标为，故D选项错误.

故选：BC

28．（2021·重庆一中高三阶段练习）函数满足，且在上单调，若在上存在最大值和最小值，则实数可以是（ ）

A． B． C． D．

【答案】AD

【分析】

由条件可得，又利用余弦函数的性质可求，再结合条件得或，即得.

【详解】

∵函数在上单调，

∴，

∴，

又函数满足，且，

所以为函数对称轴，

∴，即，

故当时，，

当时，

∵在上存在最大值和最小值，

∴或，

∴或.

故选：AD.

29．（2021·江苏·南京师大苏州实验学校高三期中）关于函数有下述四个结论，则（ ）

A．是偶函数 B．的最小值为

C．在上有4个零点 D．在区间单调递增

【答案】ABC

【分析】

对A：根据偶函数的定义即可作出判断；对B：由有界性，，且时即可作出判断；对C：当时，，可得函数有两个零点，根据偶函数的对称性即可作出判断；对D：当时，，利用三角函数的图象与性质即可作出判断.

【详解】

解：对A：因为，所以是偶函数，故选项A正确；

对B：因为，，所以，而时，所以的最小值为，故选项B正确；

对C：当时，，令，可得，，

又由A知函数为偶函数，所以函数在区间上也有两个零点，，所以函数在区间上有4个零点，故选项C正确；

对D：当时，，

因为，所以，而在上单调递增，在上单调递减，故选项D错误.

故选：ABC.

30．（2021·江苏镇江·高三期中）已知函数，下列结论正确的是（ ）

A．的最小正周期为 B．为偶函数

C．函数的图像关于直线对称 D．函数的最小值为1

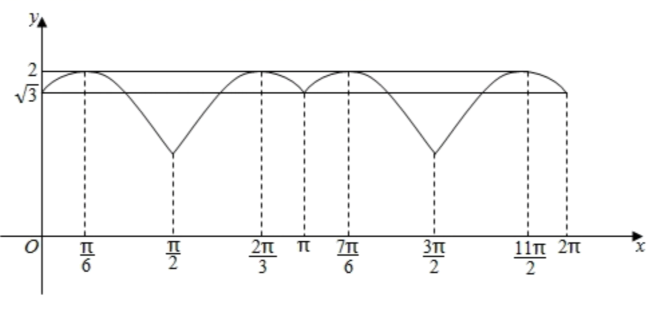
【答案】ABD

【分析】

画出在上的函数图象，数形结合，对每个选项进行逐一分析，即可判断和选择.

【详解】

在上的函数图像如下所示：



数形结合可知：的最小正周期为，且其不关于对称，

的最小值为；

又，

又其定义域关于原点对称，故其为偶函数.

综上所述，正确的选项是：ABD.

故选：ABD.

三、填空题

31．（2021·全国·模拟预测（理））已知在中，角，，的对边分别为，，，，是的中点，若，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【分析】

由正弦定理和题设条件，得到，即，再在和中，由余弦定理化简得到，转化为，令，得到，求得，进而得到的最大值.

【详解】

因为，由正弦定理可得，

即，可得，所以，所以，

在中，由余弦定理，

可得，

在中，由余弦定理，

可得，

因为，所以，

两式相加，可得，可得，

即，所以，

令，可得，即，解得，

因为，所以，当且仅当时，等号成立，

所以，即的最大值为.

故答案为：.

32．（2021·全国·高三专题练习）已知△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*．角*B*为钝角．设△*ABC*的面积为*S*，若，则sin*A*+sin*C*的最大值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【分析】

根据已知，利用三角形面积公式、余弦定理可得，*B*为钝角知，由三角形内角和的性质得，即可求最大值.

【详解】

由题设，，则，

∴，又 *B*为钝角即为锐角，

∴，即，又，

∴且，

而，

∴当时，的最大值为.

故答案为：

【点睛】

关键点点睛：根据已知条件，利用三角形面积公式、余弦定理可得到，再应用三角形内角性质及三角恒等变换写出关于的二次函数式，求最值.

33．（2021·黑龙江·哈尔滨德强学校高三期中（理））在中，角，，的对边分别为，，，且，的外接圆半径为，若有最大值，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【分析】

根据正弦定理、余弦定理化简得到，再利用正弦定理与三角恒等变换将化简为，再根据存在最大值，分析的范围列式即可

【详解】

由已知及正弦定理可得，整理得，由余弦定理得，又，得，由正弦定理得，

，

其中，又，

若存在最大值，即有解，即，

解得，即的范围是．

34．（2021·江苏·金陵中学高三期中）法国著名的军事家拿破仑．波拿巴最早提出的一个几何定理：“以任意三角形的三条边为边向外构造三个等边三角形，则这三个三角形的外接圆圆心恰为另一个等边三角形的顶点”．在三角形中，角，以为边向外作三个等边三角形，其外接圆圆心依次为，若三角形的面积为，则三角形的周长最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

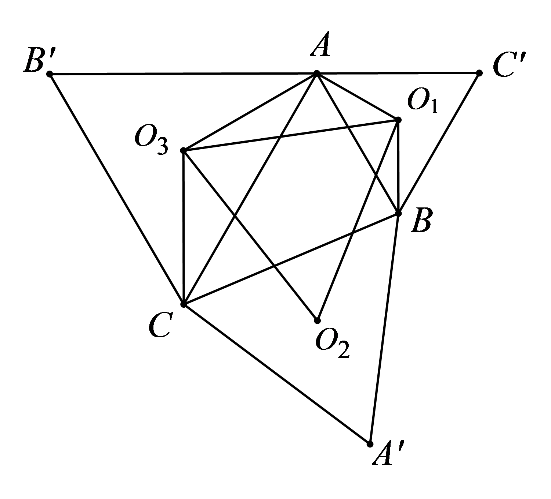
【答案】6

【分析】

令△*ABC*角*A*，*B*，*C*所对边长分别为*a*，*b*，*c*，都是正三角形，分别为其中心，△*O*1*AB*中由正弦定理求、，由△面积为求，根据得，再由余弦定理有，进而可得且，令，则，，利用导数研究单调性求区间最值即可.

【详解】

如图，令△*ABC*角*A*，*B*，*C*所对边长分别为*a*，*b*，*c*，都是正三角形，分别为其中心，



△*O*1*AB*中，，

由正弦定理得，则，同理，

正△面积，得，而，则，

∴△中，由余弦定理得：，有，则，

△*ABC*中，由余弦定理得，则，

而，又，得，

∴，令，则，，

∴，在上，即，

∴在是单调递减，时，故三角形的周长最小值是6．

故答案为：

【点睛】

关键点点睛：应用正余弦定理求得，并确定、与的等量关系，应用基本不等式确定的取值范围，进而得关于的函数关系，令构造，应用导数研究单调性求最值.

35．（2021·全国·高三专题练习）已知函数，其中，，为的零点，且恒成立，在区间上有最小值无最大值，则的最大值是\_\_\_\_\_\_\_

【答案】15

【分析】

由题意可得是*y*＝*f*（*x*）图像的对称轴，而为*f*（*x*）的零点，从而可得•，*n*∈*Z*，由在区间上有最小值无最大值，可得周期*T*≥（），从而可求得*ω*≤16，然后对*ω*＝15进行检验即可

【详解】

由题意知函数为*y*＝*f*（*x*）图象的对称轴，

为*f*（*x*）的零点，∴•，*n*∈*Z*，∴*ω*＝2*n*+1．

∵*f*（*x*）在区间上有最小值无最大值，

∴周期*T*≥（），即，∴*ω*≤16．

∴要求的最大值，结合选项，先检验*ω*＝15，

当*ω*＝15时，由题意可得15+*φ*＝*kπ*，*φ*，函数为*y*＝*f*（*x*）＝sin（15*x*），

在区间上，15*x*∈[，），此时*f*（*x*）在时取得最小值，

∴*ω*=15满足题意．则*ω*的最大值为15.

故答案为：15.

【点睛】

关键点点睛：此题考查三角函数的图像和性质的应用，解题的关键是恒成立，得是*y*＝*f*（*x*）图像的对称轴，再结合为的零点，可得•，*n*∈*Z*，考查分析问题的能力，属于较难题

36．（2021·广东·佛山一中高三阶段练习）著名的费马问题是法国数学家皮埃尔德费马（1601-1665）于1643年提出的平面几何极值问题：“已知一个三角形，求作一点，使其与此三角形的三个顶点的距离之和最小．”费马问题中的所求点称为费马点，已知对于每个给定的三角形，都存在唯一的费马点，当的三个内角均小于时，则使得的点即为费马点．已知点为的费马点，且，若，则实数的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【分析】

根据题意，不妨设，故，进而得，所以在和中，由正弦定理得，，故，在结合三角恒等变换化简整理求函数最值即可.

【详解】

根据题意， 点为的费马点，的三个内角均小于，

所以，

设，

所以在和中，，且均为锐角，

所以

所以由正弦定理得：，，

所以，，

因为

所以

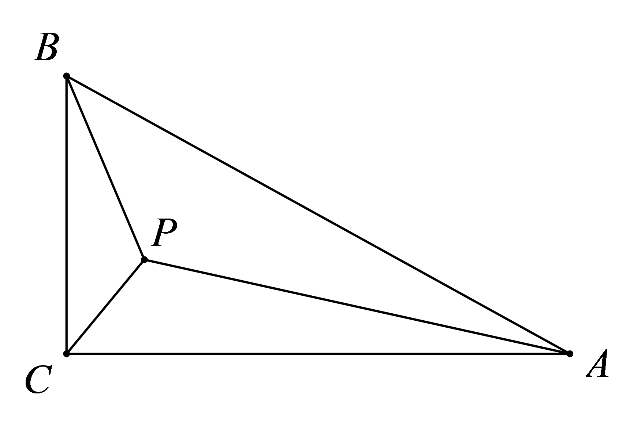
，

因为，所以，所以，

所以

故实数的最小值为.

故答案为：



【点睛】

本题考查数学文化背景下的解三角形，三角恒等变换解决三角函数取值范围问题，考查运算求解能力，数学建模能力，化归转化思想，是难题.本题解题的关键在于根据题目背景，通过设，进而建立解三角形的模型，再根据正弦定理及三角恒等变换化简求最值即可.

37．（2021·重庆·高三阶段练习）在等腰三角形*ABC*中，*AD*是底边*BC*上的中线，点*M*是*AD*的中点，则的最大值为\_\_\_\_\_\_ ．

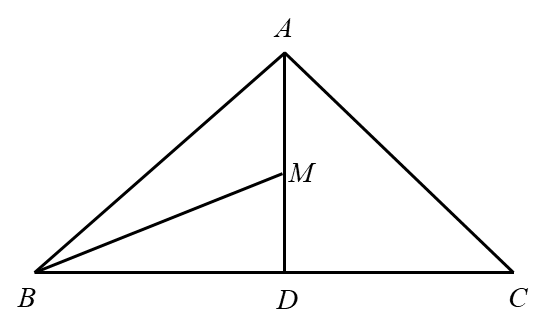
【答案】

【分析】

设，，求出，在中，利用正弦定理和基本不等式的应用求出结果．

【详解】

解：在等腰三角形*ABC*中，*AD*是底边*BC*上的中线，点*M*是*AD*的中点，如图所示：



设，，所以，

在中，利用正弦定理：，

所以

，

当且仅当，即时，取等号，

所以的最大值为

故答案为：

38．（2021·江西·高三期中（理））在中，角所对的边分别为，且，当取最大值时，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【分析】

根据题意及余弦定理、正弦定理、两角和的正弦公式，化简整理，可得，根据两角差的正切公式，结合基本不等式，即可求得答案.

【详解】

由题意得，

所以，

所以

整理得，即，，

所以，

因为，所以，

当且仅当，即时等号成立，

所以取得最大值，

所以当取最大值时，.

故答案为：

39．（2021·黑龙江·高三期中（理））已知中，、分别是线段、的中点，与交于点，且，若，则周长的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

【答案】

【分析】

首先根据已知条件得到为的重心，从而得到，两边平方得到，再利用基本不等式即可得到，从而得到周长的最大值.

【详解】

在中，、分别是线段、的中点，与交于点，

则为的重心，

因为，故，则.

，

，

所以，

即，

所以，，

，当且仅当时，等号成立.

因此，周长的最大值为.

40．（2021·全国·高三专题练习）已知中，，则面积的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】3

【分析】

设，则，根据余弦定理及面积公式可得，再由二次函数的性质即可求得的最大值；或利用坐标法求出点*C*的轨迹方程，即求.

【详解】

解法一：

设，由，得．

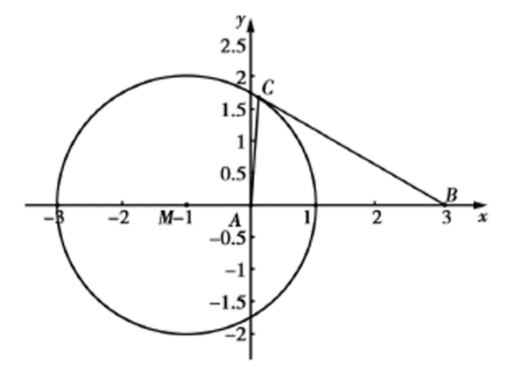
由余弦定理，得．

所以．

所以．

由得．

所以当时，面积的最大值为3．



解法二：以*A*为原点，以所在的直线为*x*轴，建立如图所示的平面直角坐标系，则，设．

由，得．

即．

所以点*C*的轨迹是圆心为，半径为2的圆（不含与共线的两点）．

所以．

即面积的最大值为3．

故答案为：3

41．（2021·吉林·梅河口市第五中学高三阶段练习（文））在中，内角，，所对的边分别为，，，且，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【分析】

由正弦定理边角关系、和角正弦公式可将题设条件转化为，再由三角形内角的性质易知，进而应用差角正切公式、基本不等式求目标式的最大值，注意等号成立条件.

【详解】

由题设，，又，

∴，即，

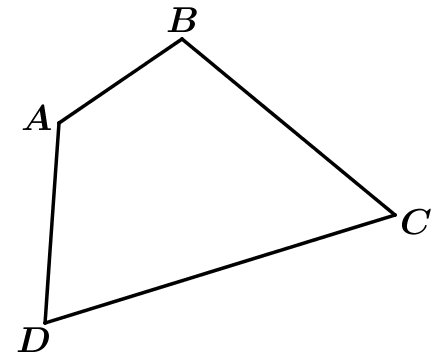
又且为三角形内角，则，有，

由，当且仅当时等号成立.

∴的最大值为.

故答案为：

42．（2021·全国·高三专题练习）在中，角，，的对边分别为，，，若，则三角形的面积，这个公式最早出现在古希腊数学家海伦的著作《测地术》中，故称该公式为海伦公式．将海伦公式推广到凸四边形（凸四边形即任取平面四边形一边所在直线，其余各边均在此直线的同侧）中，即“设凸四边形的四条边长分别为，，，，，凸四边形的一对对角和的一半为，则凸四边形的面积”．如图，在凸四边形中，若，，，，则凸四边形面积的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_．



【答案】

【分析】

由已知，将边长代入后可将面积转化为的最值问题

【详解】

因为，且，，，，

所以，

∴

当=0即当的时候，*S*取到最大值

故答案为:

43．（2021·山东菏泽·高三期中）在中，角，，所对的边分别为，，，若边上的高为，当取得最大值时的\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【分析】

根据三角形的面积公式结合正弦定理进行转化，利用辅助角公式转化为三角函数进行求解即可．

【详解】

解：设*AB*边上的高为*h*，则，  
则三角形的面积，得，  
，  
又，  
∴，  
  
令，则，

则，  
∴当时，取得最大值，最大值为，  
此时，  
故答案为：.

44．（2021·黑龙江大庆·高三阶段练习（理））锐角中，角，，所对边的长分别为，，，设的面积为，若，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【分析】

先通过正弦定理角化边得3边关系，代入余弦定理求得角余弦值的最小值，进而可得角正切值的最大值，再利用三角形面积公式及向量数量积可得目标式的最大值.

【详解】

解：中，

所以，

，

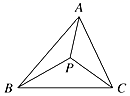
当且仅当时等号成立，此时最小，最大.

此时



故答案为：.

45．（2021·宁夏·银川一中高三阶段练习（理））设点*P*在△*ABC*内且为△*ABC*的外心，∠*BAC*=30°，如图，若△*PBC*，△*PCA*，△*PAB*的面积分别为，*x*，*y*，则*x·y*的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_.



【答案】

【分析】

由得到外接圆半径的平方，设，将，用表示，再结合二倍角公式化简即可得到答案．

【详解】

解：因为，所以，设外接圆半径为，

所以，解得，

设，，则，

，，

故



，当时等号成立．

故答案为：．

46．（2021·四川·高三阶段练习（理））设的内角，，的对边分别为，，，为钝角，且，则的最大值是\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【分析】

根据正弦定理化简，得，结合题设条件可得，根据，从而可得，结合基本不等式，即可求解.

【详解】

因为，

所以由正弦定理得，则，

因为为钝角，

所以，，则，

所以，

因为

所以，即，

所以，

因为，

所以，即，当且仅当时取等号.

故答案为：.

47．（2021·陕西·武功县普集高级中学高三阶段练习（理））已知函数，为的零点，为图象的对称轴，且在上单调，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【分析】

利用正弦函数的性质及条件可求得*ω*的表达式，再根据函数在上单调可知－＝≤＝，求得*ω*≤12，经验证*ω*＝11不满足题意，*ω*＝9满足条件，得解.

【详解】

因为*x*＝－为*f*(*x*)的零点，*x*＝为*f*(*x*)的图象的对称轴，

所以－＝＋，即＝*T*＝· (*k*∈Z)，

所以*ω*＝2*k*＋1(*k*∈Z)，

又因为*f*(*x*)在上单调，所以－＝≤＝，解得*ω*≤12，

*ω*＝11时*f*(*x*)＝sin在上单调递增，在上单调递减，不成立，

*ω*＝9时满足条件，由此得*ω*的最大值为9.

故答案为：9

48．（2021·上海市七宝中学高三期中）已知函数的最大值为2，则使函数在区间上至少取得两次最大值，则取值范围是\_\_\_\_\_\_\_

【答案】##

【分析】

结合辅助角公式先求出，函数化简为，取得最值时由整体法得，要满足题设条件，只需满足当时，对应取值即可.

【详解】

，因为，，故，原式为，当取到最大值时，，当，取得前两次最大值时，分别为0和1，时，，，此时需满足，解得.

故答案为：

49．（2021·辽宁·高三期中）已知，若∃*x*1，*x*2，*x*3∈，使得*f*(*x*1)＝*f*(*x*2)＝*f*(*x*3)，若*x*1＋*x*2＋*x*3的最大值为*M*，最小值为*N*，则*M*＋*N*＝\_\_\_\_\_\_\_．

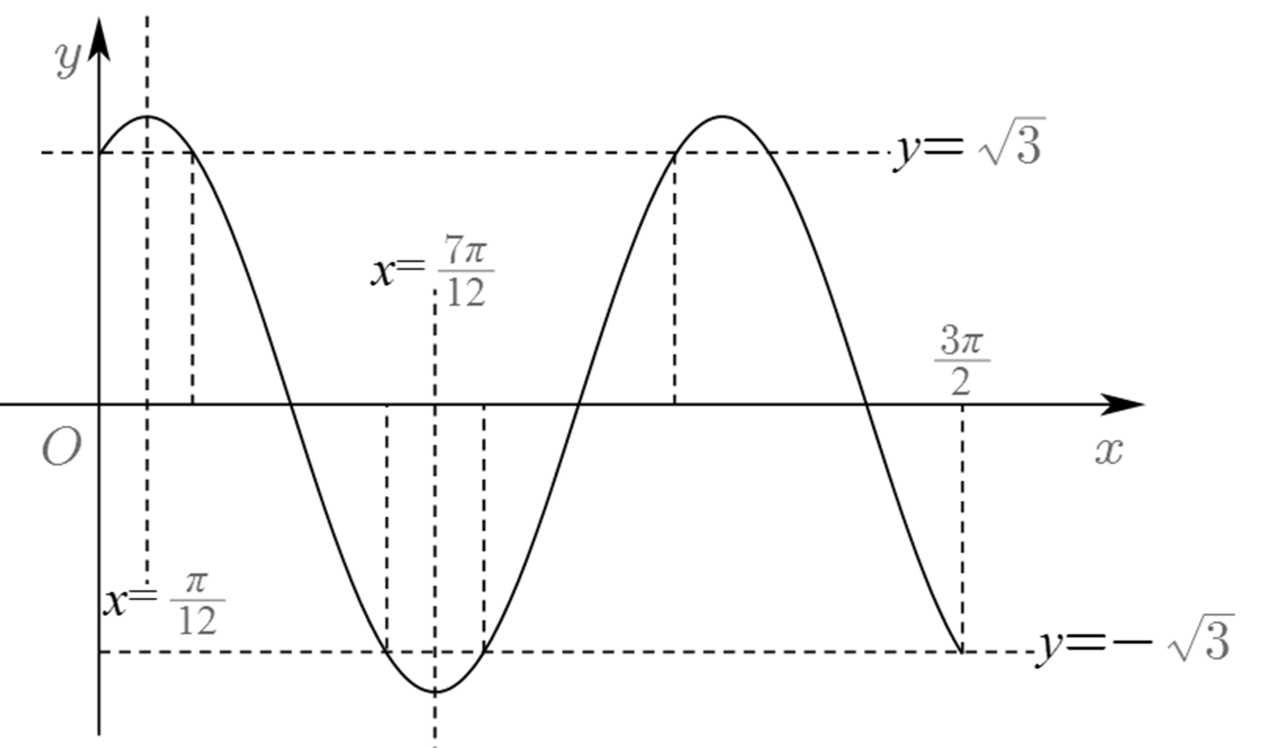
【答案】##

【分析】

作出*f*(*x*)在上的图像，为*f*(*x*)图像与*y*＝*m*图像交点的横坐标，数形结合即可求得*M*和*N*﹒

【详解】

作出*f*(*x*)图像：



当*f*(*x*)图像与*y*＝图像相交时，前三个交点横坐标依次为，此时取*N*，

，∴；

当*f*(*x*)图像与*y*＝图像相交时，交点横坐标依次为，此时取*M*，

②，∴；

∴*M*＋*N*＝．

故答案为：﹒

50．（2021·广东珠海·高三期末）中，内角，，对的边长分别为，，，且满足，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【分析】

根据等式，左边，

右边，所以，由正弦定理得，带入余弦定理利用基本不等式即可得解.

【详解】

，

，

，

所以，

由正弦定理得，，

由余弦定理得，，

当且仅当时取等号，此时.

故答案为：.

【点睛】

本题考查了解三角形，考查了恒等变换化简求值，同时考查了基本不等式求最值，有一定的计算量，属于中档题.本题的关键有：

（1）熟练掌握利用正余弦定理进行角化边或边化角；

（2）利用余弦定理结合基本不等式求最值.

51．（2021·河南郑州·二模（理））在中，角，，所对的边分别为，，，，的平分线交于点．若的最小值为，则\_\_\_\_\_．

【答案】

【分析】

由题知，进而根据并结合面积公式得，进而结合不等式得，故.

【详解】

解：如图，的平分线交于点，

所以，

所以，

可得，

可得，

所以，

所以，

当且仅当时取等号，

所以．

故答案为：．



【点睛】

本题考查三角形的面积公式的应用，基本不等式等，考查运算求解能力，是中档题.本题解题的关键在于根据得，进而利用基本不等式求解.

52．（2021·四川·高三阶段练习（文））在中，，平分交于，且，则的面积的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【分析】

由于的面积等于与的面积之和，所以可得，再结合已知条件和基本不等式可得，从而可求出的面积的最小值

【详解】

设的内角，，的对边分别为，，，

因为的面积等于与的面积之和，

所以，

又因为，，代入得，

又因为，

所以，得，当等号成立

所以的面积.

故答案为：

53．（2021·江苏南京·一模）在锐角三角形中，，，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【分析】

利用为锐角三角形，求出角*B*的范围，再利用正弦定理求出的范围即可得解.

【详解】

因为锐角三角形，则，解得，

由正弦定理得，

，在上递增，

，，则，

依题意，即，则，

所以的最小值为为.

故答案为：

【点睛】

关键点睛：给定三角形角的关系，处理三角形中边的关系时，利用正弦定理化边为角，再借助三角函数变换作答是解决问题的关键.

54．（2021·陕西·西安中学模拟预测（理））在中，角，，的对边分别为，，．已知，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【分析】

化简已知得，所以，再利用基本不等式求解.

【详解】

解：由题意可知，，

化简得，

所以．

根据正弦定理：，可得①．

，由①可得，

所以，

当时，等号成立．所以的最小值为．

故答案为：．

【点睛】

方法点睛：最值问题的求解，常用的方法有：（1）函数法；（2）导数法；（3）数形结合法；（4）基本不等式法. 要根据已知条件灵活选择方法求解.

55．（2021·全国·模拟预测（理））在中，内角的对边分别为为锐角，的面积为2，则的周长的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【分析】

由题设可得，根据三角形内角的性质可知是的直角三角形，即有其周长为，利用基本不等式即可求出最小值，注意等号成立的条件.

【详解】

由知：，而，

∴，

∴是的直角三角形，故，即，而，

∴的周长，当且仅当等号成立.

故答案为：

【点睛】

关键点点睛：利用三角恒等变换及三角形内角的性质判断三角形的形状，再由三角形周长公式、基本不等式求周长的最小值即可.

56．（2021·浙江·高三开学考试）设的三边*a*，*b*，*c*所对的角分别为*A*，*B*，*C*.若的面积为，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【分析】

首先化简条件可得，根据正余弦定理可得原式，利用辅助角公式即可得解.

【详解】

的面积为，

得

原式，

而，其中，

取，当时，即时，取到最小值.

故答案为：

57．（2021·江苏省天一中学高三阶段练习）已知中，则则最小值是\_\_\_

【答案】

【分析】

利用正弦定理余弦定理得到，利用和角的正切得到，再利用基本不等式求解.

【详解】

因为，

所以，

所以，

又

所以，

所以.

因为中，，

所以

所以，

所以，

所以，

因为，所以为锐角.

因为，所以，

所以.

当且仅当时等号成立.

故答案为：

58．（2021·湖南湘潭·高三阶段练习（理））若函数的图象在内恰有一条对称轴，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【分析】

采用整体替换的方法分析对称轴，由此得到关于的不等式，从而求解出的最小值.

【详解】

因为，所以，

又因为在上恰有一条对称轴，所以，

所以，所以的最小值为，

故答案为：.

【点睛】

本题考查根据三角函数的对称轴求解参数值，其中涉及利用整体替换的方法分析三角函数的对称轴，难度一般.

59．（2021·上海·华师大二附中高三阶段练习）已知函数（其中为常数，且）有且仅有3个零点，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】2

【分析】

根据函数为偶函数可知函数必有一个零点为，可得，根据函数的图象可知，解得即可得解.

【详解】

因为函数为偶函数，且有且仅有3个零点，

所以必有一个零点为，

所以，得，

所以函数的图象与直线在上有且仅有3个交点，

因为函数的最小正周期，所以，

即，得，

所以的最小值是2.

故答案为：2

【点睛】

关键点点睛：根据偶函数图象的对称性求出是解题关键.

60.（2021·全国·高三专题练习）若函数（），，且在区间有最小值，无最大值，则\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【分析】

结合已知条件得到*x*=时，，进而求解得到，然后令时，，然后检验时不符合，所以.

【详解】

由已知函数在区间的中点处最小值，既*x*=时，，也即，所以，因为，所以当时，；当时，，此时在区间上有最大值，故，

故答案为：

